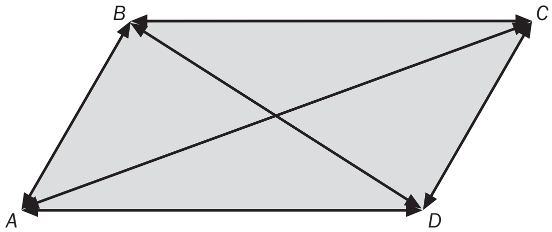
EJERCICIOS PROPUESTOS

9.1 Dibuja un paralelogramo y razona qué pares de vectores determinados por los vértices son equipolentes.



Son equipolentes los que son paralelos y del mismo sentido, $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{AD}$ y, por último, $\overrightarrow{CB}$ y $\overrightarrow{DA}$.

9.2 Las coordenadas de los vértices de un triángulo son $A(1, 1)$, $B(6, 1)$ y $C(4, 5)$. Halla las coordenadas de los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ y $\overrightarrow{BC}$.

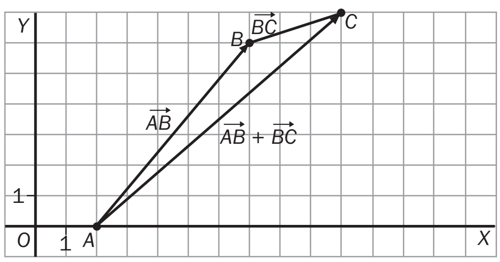
Las coordenadas del vector $\overrightarrow{AB}$ son $(6 - 1, 1 - 1) = (5, 0)$, las del vector $\overrightarrow{AC}$ son $(4 - 1, 5 - 1) = (3, 4)$ y las del vector $\overrightarrow{BC}$ son $(4 - 6, 5 - 1) = (-2, 4)$.

9.3 Se sabe que las coordenadas de $\overrightarrow{AB}$ son $(2, -3)$. Determina las coordenadas del extremo $B(x, y)$ si el origen es $A(3, 2)$.

Se cumple que $(x - 3, y - 2) = (2, -3)$, de modo que $x = 5$ e $y = -1$.

Las coordenadas de B son $(5, -1)$.

9.4 Representa los vectores $\overrightarrow{AB}(5, 6)$ y $\overrightarrow{BC}(3, 1)$ y calcula la suma $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ si $A(2, 0)$.

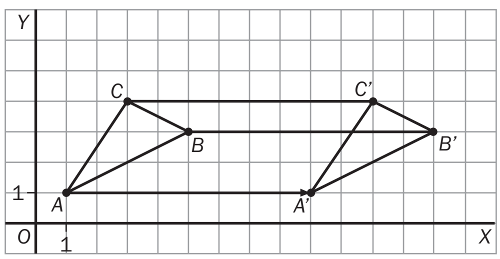


$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (5, 6) + (3, 1) = (5 + 3, 6 + 1) = (8, 7)$

9.5 Las coordenadas de los vértices de un triángulo son $A(1, 1)$, $B(5, 3)$ y $C(3, 4)$.

a) Representa el triángulo.

b) Traslada el triángulo según el vector guía $\vec{u}(8, 0)$.



9.6 Mediante una traslación el punto $A(1, 3)$ se transforma en $A'(6, 8)$. ¿Cuál es el vector guía?

$\overrightarrow{OA} + \vec{u} = (1, 3) + (x, y) = (6, 8) \Rightarrow (x, y) = (5, 5)$

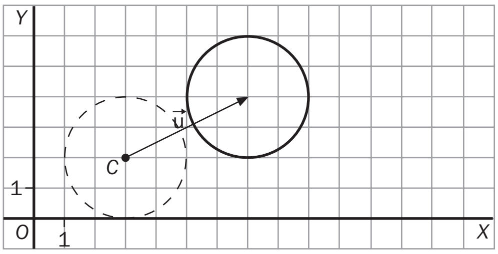
El vector guía es $\vec{u}(5, 5)$.

9.7 Halla las coordenadas del punto $P(x, y)$ si su trasladado según el vector $\vec{u}(6, 5)$ tiene por coordenadas (10, 10).

$\overrightarrow{OP} + \vec{u} = (x, y) + (6, 5) = (10, 10) \Rightarrow (x, y) = (4, 5)$

El punto buscado es $P(4, 5)$.

9.8 El círculo de centro $C(3, 2)$ y radio 2 se traslada según el vector $\vec{u}(4, 2)$. Dibuja el círculo trasladado.



9.9 Se aplica al punto P una traslación de vector $\vec{u}(2, 3)$ y, a continuación, otra de vector $\vec{v}(3, 5)$ y se llega al punto $Q(10, 12)$.

a) ¿Cuál es el vector de la traslación sucesiva?

b) ¿Cuáles son las coordenadas del punto P?

a $\vec{u} + \vec{v} = (2, 3) + (3, 5) = (5, 8) = \vec{w}$

b) $\overrightarrow{OP} + \vec{w} = (x, y) + (5, 8) = (10, 12) \Rightarrow (x, y) = (5, 4)$

9.10 El producto de dos traslaciones tiene por vector guía $\vec{w}(7, 10)$. Si una de ellas tiene como vector guía $\vec{u}(2, 3)$, ¿cuál es el vector guía de la otra traslación?

$$\vec{u} + \vec{v} = (2, 3) + (x, y) = (7, 10) = \vec{w} \Rightarrow \vec{v}(x, y) = \vec{v}(5, 7)$$

9.11 El triángulo ABC tiene por coordenadas de los vértices $A(3, 5)$, $B(5, 7)$ y $C(5, 2)$. Calcula las coordenadas del triángulo obtenido mediante las traslaciones sucesivas de los siguientes vectores guías $\vec{u}(6, 2)$ y $\vec{v}(7, -2)$.

Calculamos el vector guía que es resultado del producto de las traslaciones de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

$\vec{u} + \vec{v} = (6, 2) + (7, -2) = (13, 0) = \vec{w}$

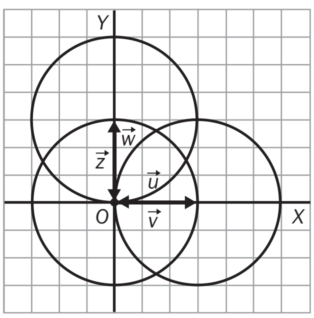
$\overrightarrow{OA} + \vec{w} = (3, 5) + (13, 0) = (16, 5)$

$\overrightarrow{OB} + \vec{w} = (5, 7) + (13, 0) = (18, 7)$

$\overrightarrow{OC} + \vec{w} = (5, 2) + (13, 0) = (18, 2)$

Las coordenadas del triángulo trasladado son $A'(16, 5)$, $B'(18, 7)$ y $C'(18, 2)$.

9.12 Dibuja en unos ejes de coordenadas una circunferencia de centro $O(0, 0)$ y radio 3 unidades. Traslada sucesivamente la circunferencia según los vectores $\vec{u}(3, 0)$, $\vec{v}(-3, 0)$, $\vec{w}(0, 3)$ y $\vec{z}(0, -3)$.

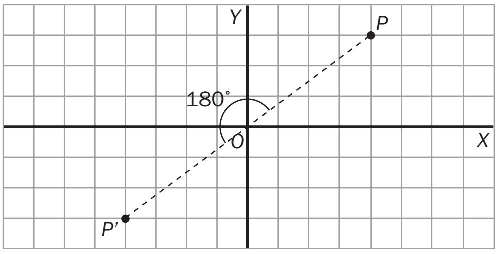


9.13 **En una rotonda convergen cuatro calles perpendiculares. ¿Qué ángulos de giro pueden realizar los coches que entran en la rotonda y salen por las calles posibles, sin cometer infracciones?**

Pueden girar 90°, 180°, 270° ó 360°.

9.14 **Dibuja unos ejes de coordenadas en un papel cuadriculado y señala el punto *P*(4, 3).**

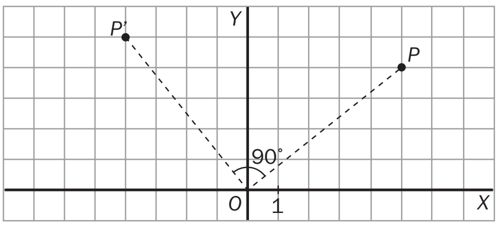
¿Cuáles son las coordenadas del punto *P′* que se obtiene al girar 180° el punto *P* tomando como centro de giro el origen de coordenadas?



P′(−4, −3)

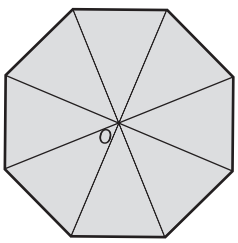
9.15 **Dibuja unos ejes de coordenadas en un papel cuadriculado y señala el punto *P*(5, 4).**

¿Cuáles son las coordenadas del punto *P′* que se obtiene al girar 90° el punto *P* tomando como centro de giro el origen de coordenadas?



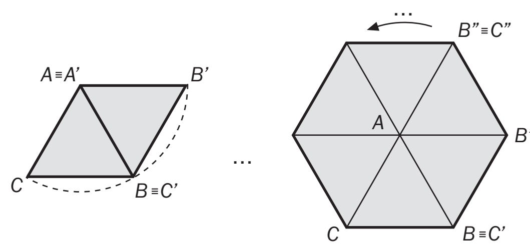
P′ (5, −4)

9.16 **Dibuja un octógono regular. ¿Cuáles son los giros posibles que transforman el octógono en sí mismo?**



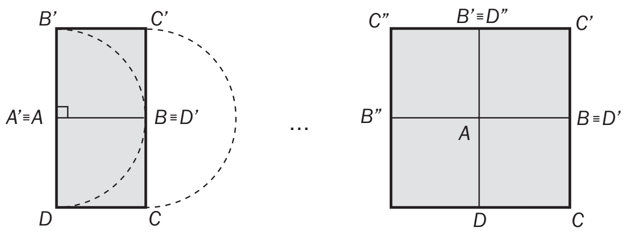
Son los giros de centro *O* y amplitud 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315° y 360°.

9.17 Dibuja un triángulo equilátero *ABC*. Con centro *A* gira el triángulo un ángulo de 60°. Si repites este proceso con los triángulos que vas obteniendo, ¿qué figura resulta cuando vuelves a la dada?



La figura que resulta al volver a la dada es un hexágono.

9.18 Dibuja un cuadrado *ABCD*. Con centro *A* gira el cuadrado un ángulo de 90°. Si repites este proceso con los cuadrados que vas obteniendo, ¿qué figura resulta cuando vuelves a la original?

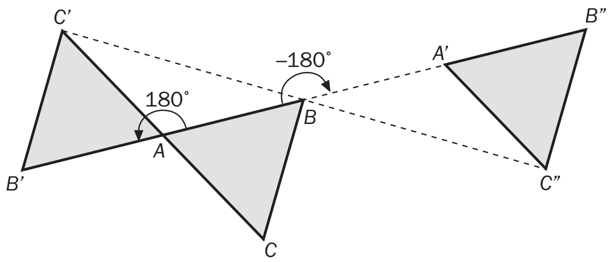


La figura que resulta al volver a la dada es un cuadrado de lado el doble que el inicial.

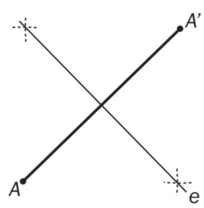
9.19 A una figura se le aplica un giro de centro *O* y amplitud 200° y, a continuación, un nuevo giro del mismo centro y ángulo α. ¿Qué valor positivo debe tener α para que la figura vuelva a su primera posición?

Debe tener una amplitud de 160°, porque así el producto de los dos giros sería de 360°, que completaría la circunferencia volviendo a la posición original.

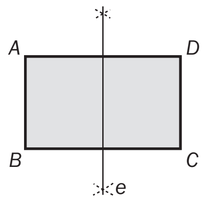
9.20 Dibuja un triángulo equilátero *ABC*. Con centro *A* gira el triángulo un ángulo de 180°. Después aplica al triángulo obtenido *AB′C′* un giro de centro *B* y amplitud −180°.



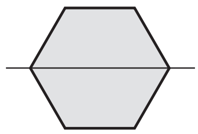
9.21 Dos puntos *A* y *A′* son simétricos respecto de un eje *e.* Dibuja el eje.



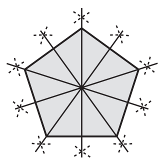
9.22 **Dibuja un rectángulo *ABCD*. Construye con regla y compás el eje de simetría que transforma *A* y *B* en *D* y *C,* respectivamente.**



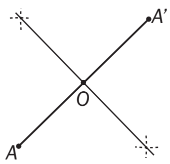
9.23 **Dibuja un hexágono regular. Construye con regla y compás un eje de simetría de sus vértices.**



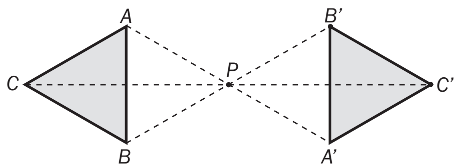
9.24 **Dibuja un pentágono regular. Construye con regla y compás sus ejes de simetría.**



9.25 **Dibuja dos puntos cualesquiera *A* y *A'*, y encuentra su centro de simetría.**



9.26 **Dibuja un triángulo *ABC*, y su simétrico *A'B'C'* respecto de un punto *P*. ¿Tienen el mismo sentido de giro según el orden de los vértices?**



Sí tienen el mismo sentido de giro.

9.27 **Comprueba si el centro de simetría es el punto donde se cortan las diagonales:**

a) En un cuadrado. **b) En un pentágono.** **c) En un hexágono.**

a) Sí b) No c) Sí

9.28 Halla las coordenadas del punto simétrico a $P(-3, 5)$ respecto del eje OX, del eje OY y del origen.

Punto simétrico respecto del eje OX: $P'(-3, -5)$

Punto simétrico respecto del eje OY: $P''(3, 5)$

Punto simétrico respecto del origen: $P'''(3, -5)$

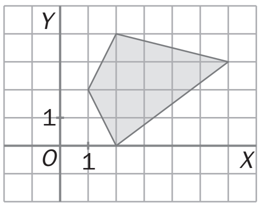
9.29 Dado el cuadrilátero de vértices $A(2, 4)$, $B(-3, 5)$, $C(-3, -1)$, $D(3, -2)$, halla las coordenadas de su simétrico respecto del eje OX, del eje OY y del origen.

Simétrico respecto del eje OX: $A(2, -4)$, $B(-3, -5)$, $C(-3, 1)$, $D(3, 2)$

Simétrico respecto del eje OY: $A(-2, 4)$, $B(3, 5)$, $C(3, -1)$, $D(-3, -2)$

Simétrico respecto del origen: $A(-2, -4)$, $B(3, -5)$, $C(3, 1)$, $D(-3, 2)$

9.30 Determina las coordenadas de la figura simétrica de esta figura respecto del eje OX, del eje OY y del origen.



Nombramos los vértices: $A(1, 2)$, $B(2, 4)$, $C(6, 3)$, $D(2, 0)$.

Simetría respecto del eje OX: $A'(1, -2)$, $B'(2, -4)$, $C'(6, -3)$, $D'(2, 0)$

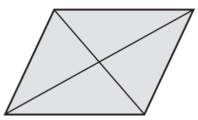
Simetría respecto del eje OY: $A'(-1, 2)$, $B'(-2, 4)$, $C'(-6, 3)$, $D'(-2, 0)$

Simetría respecto del origen: $A'(-1, -2)$, $B'(-2, -4)$, $C'(-6, -3)$, $D'(-2, 0)$

9.31 En un triángulo isósceles, ¿cuál de las tres alturas es eje de simetría? Razona la respuesta.

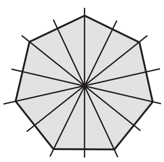
La altura que parte del vértice opuesto al desigual, porque todo punto del triángulo tiene un simétrico respecto de esta altura en el triángulo.

9.32 Traza, si los tiene, los ejes y el centro de simetría de un romboide.



No tiene ejes de simetría. El centro de simetría es el punto de corte de las dos diagonales.

9.33 Traza, si los tiene, los ejes y el centro de simetría de un heptágono.



9.34 ¿Cuáles son los ejes de simetría de los triángulos equiláteros? ¿Y de los triángulos rectángulos?

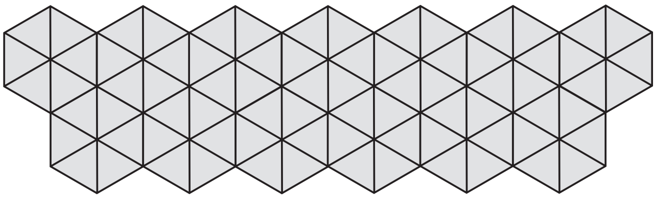
En un triángulo equilátero, los ejes de simetría son las medianas, que coinciden con las alturas y dividen el segmento opuesto al vértice en dos partes iguales. Todos los puntos del triángulo tienen su simétrico respecto a la mediana en el triángulo.

No tiene ejes de simetría a no ser que sea isósceles, es decir, que tenga los dos catetos iguales, y entonces el eje de simetría sería la altura que parte del ángulo recto.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

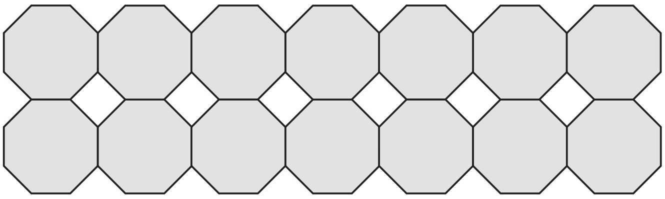
9.35 **Dibuja un mosaico formado por triángulos equiláteros y hexágonos regulares.**

Respuesta abierta, por ejemplo:



9.36 **Dibuja un mosaico formado por cuadrados y octógonos regulares.**

Respuesta abierta, por ejemplo:



EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Vectores en el plano

9.37 **Las coordenadas de los vértices de un triángulo son $A(0, 4)$, $B(2, -3)$ y $C(-2, 7)$. Calcula las coordenadas de los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ y $\overrightarrow{BC}$.**

$\overrightarrow{AB}(2 - 0, -3 - 4) = \overrightarrow{AB}(2, -7)$

$\overrightarrow{AC}(-2 - 0, 7 - 4) = \overrightarrow{AC}(-2, 3)$

$\overrightarrow{BC}(-2 - 2, 7 - (-3)) = \overrightarrow{BC}(-4, 10)$

9.38 **Considera el vector $\overrightarrow{AB}(3, -5)$. Sabiendo que las coordenadas del punto A son (1, 5), calcula las coordenadas del punto B.**

$\overrightarrow{AB}(3, -5) = \overrightarrow{AB}(x - 1, y - 5) \Rightarrow B(x, y) = B(4, 0)$

9.39 **Dados los vectores $\vec{u}(-1, 2)$, $\vec{v}(2, 4)$ y $\vec{w}(0, 5)$, realiza estas operaciones.**

a) $2\vec{u} = \vec{u} + \vec{u}$ **b) $\vec{u} - (\vec{w} + \vec{w})$** **c) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$** **d) $\vec{u} - (\vec{v} - \vec{w})$**

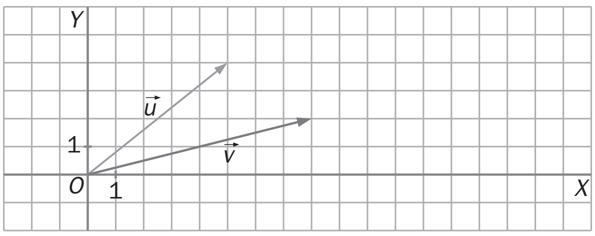
a) $2\vec{u} = 2(-1, 2) = (2 \cdot (-1), 2 \cdot 2) = (-2, 4) = (-1 + (-1), 2 + 2) = (-1, 2) + (-1, 2) = \vec{u} + \vec{u}$

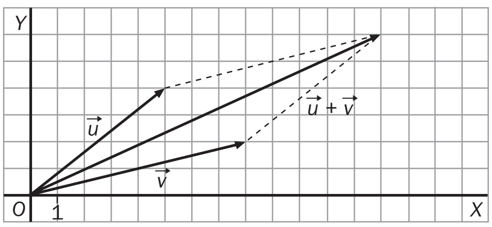
b) $\vec{u} - (\vec{w} + \vec{w}) = (-1, 2) - ((0, 5) + (0, 5)) = (-1, 2) - (0, 10) = (-1, -8)$

c) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = (-1, 2) + (2, 4) + (0, 5) = (-1 + 2 + 0, 2 + 4 + 5) = (1, 11)$

d) $\vec{u} - (\vec{v} - \vec{w}) = (-1, 2) - ((2, 4) - (0, 5)) = (-1, 2) - (2, -1) = (-3, 3)$

9.40 **Calcula la suma numérica y geométrica de los vectores del dibujo.**

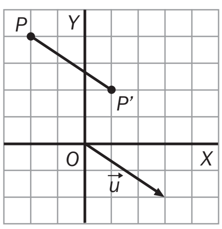




$(5, 4) + (8, 2) = (13, 6)$

Traslaciones

9.41 **Halla numérica y geométricamente el trasladado del punto $P(-2, 4)$ según el vector guía $\vec{u}(3, -2)$.**



$$\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} + \vec{u} = (-2, 4) + (3, -2) = (1, 2)$$

El punto trasladado es $P'(1, 2)$.

9.42 En una traslación de vector guía $\vec{u}(-3, 2)$, el punto *P* se ha transformado en el punto $P'(6, 3)$. Halla las coordenadas de *P*.

$\overrightarrow{OP'} = (6, 3) = \overrightarrow{OP} + \vec{u} = (x, y) + (-3, 2) \Rightarrow \overrightarrow{OP} = (9, 1)$. El punto de partida es $P(9, 1)$.

9.43 ¿Cuál es el vector guía en una traslación que transforma el punto $A(2, -4)$ en el punto $A'(7, 7)$?

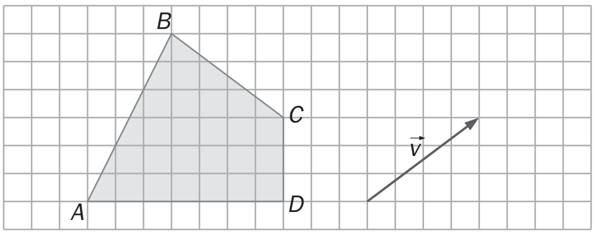
$\overrightarrow{OA'} = (7, 7) = \overrightarrow{OA} + \vec{u} = (2, -4) + (x, y) \Rightarrow \vec{u}(5, 11)$

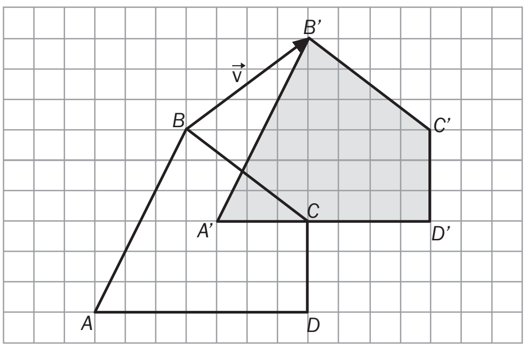
9.44 En una traslación de vector guía $\vec{u}(-4, 3)$, halla las coordenadas de los transformados de los vértices del triángulo *ABC*, siendo $A(0, -2)$, $B(1, 3)$ y $C(2, 4)$.

$\overrightarrow{OA'} = (0, -2) + (-4, 3) = (-4, 1)$ $\quad$ $\overrightarrow{OB'} = (1, 3) + (-4, 3) = (-3, 6)$ $\quad$ $\overrightarrow{OC'} = (2, 4) + (-4, 3) = (-2, 7)$

Las coordenadas del triángulo trasladado son $A'(-4, 1)$, $B'(-3, 6)$, $C'(-2, 7)$.

9.45 Dibuja la figura trasladada de la dada, según el vector guía $\vec{u}$.





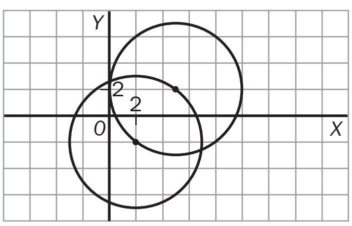
9.46 Un círculo de centro $O(2, -2)$ y radio 5 se traslada según el vector guía $\vec{u}(3, 4)$.

a) ¿Cuál es el nuevo centro y el nuevo radio?

b) Dibuja el círculo trasladado.

a) El nuevo centro es $(2, -2) + (3, 4) = (5, 2)$, y el radio sigue siendo 5. Todos los puntos de la circunferencia estarán trasladados según el vector guía.

b)



9.47 Considera el punto $P(2, 5)$. Aplícale sucesivamente las traslaciones de vectores guía $\vec{u}(-1, 5)$ y $\vec{v}(3, -2)$,

a) ¿Cuál es el punto trasladado?

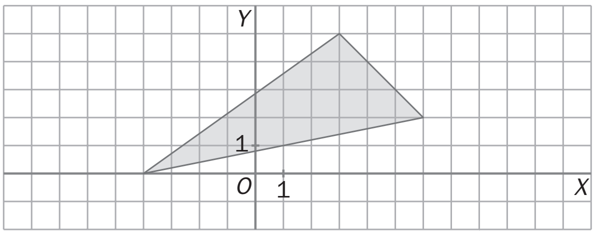
b) ¿Cuál es el vector guía resultante?

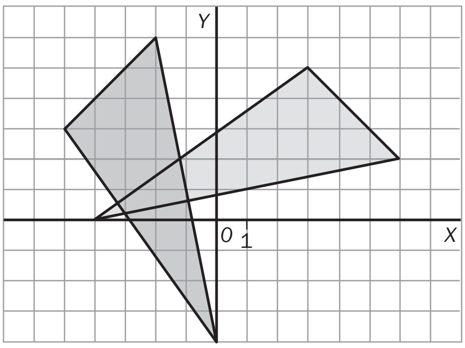
a) $\overrightarrow{OP} + \vec{u} + \vec{v} = (2, 5) + (-1, 5) + (3, -2) = (2 - 1, 5 + 5) + (3, -2) = (1 + 3, 10 - 2) = (4, 8)$

b) $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = (-1, 5) + (3, -2) = (2, 3)$

Giros

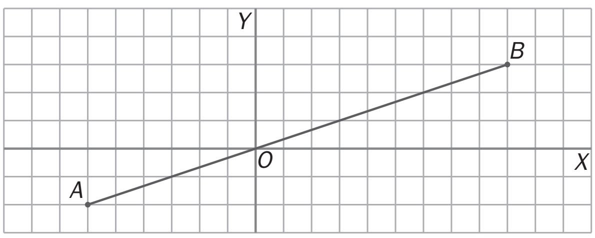
9.48 Considera el triángulo de la figura. Realiza un giro de centro el origen de coordenadas y amplitud 90°.



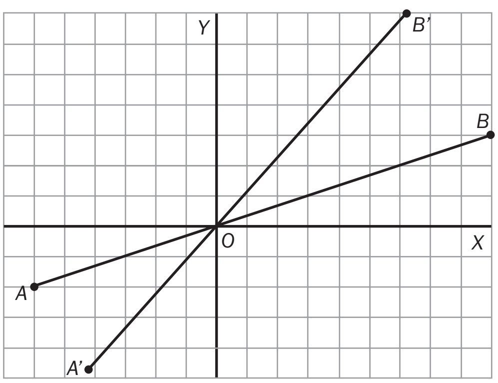


9.49 Dibuja el transformado del segmento AB mediante un giro de centro O y amplitud:

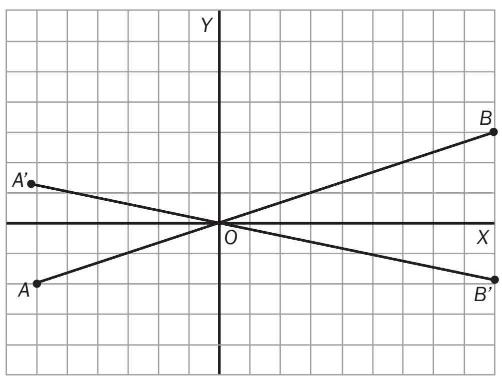
a) 30° **b) −30°**



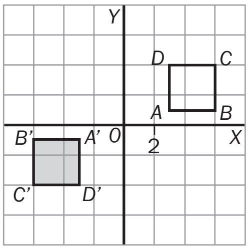
a)



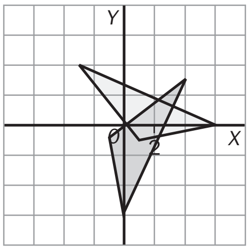
b)



9.50 Dibuja el homólogo del cuadrado de vértices $A(3, 1)$, $B(6, 1)$, $C(6, 4)$ y $D(3, 4)$ en un giro de centro el origen de coordenadas y amplitud 180°.



9.51 Dibuja un triángulo de vértices $A(-3, 4)$, $B(1, -1)$ y $C(6, 0)$ y aplícale un giro de centro el origen y amplitud $-90°$. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices del nuevo triángulo?

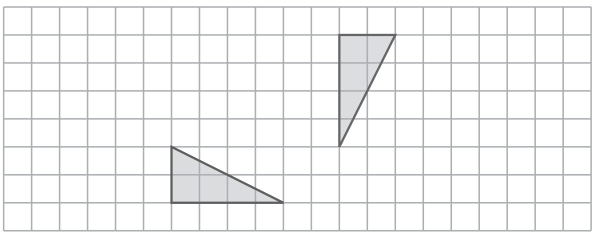


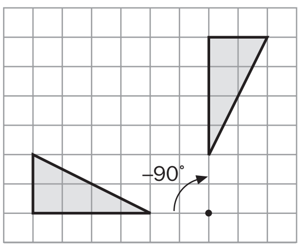
Las coordenadas del nuevo triángulo son:
$A'(4, 3)$, $B'(-1, -1)$ y $C'(0, -6)$.

9.52 Los puntos $A(4, 3)$ y $B(-3, 4)$ son homólogos en un giro de centro el origen de coordenadas. ¿Cuál es la amplitud del giro?

Es un giro de 90°.

9.53 Encuentra el centro y la amplitud del giro que transforma la figura roja en su homóloga azul.

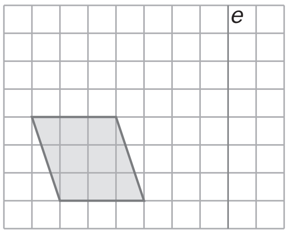




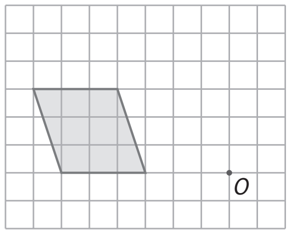
Simetrías

9.54 Dibuja la figura simétrica de la dada:

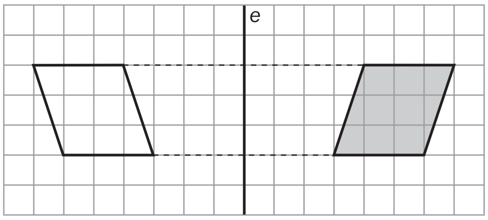
a) Respecto al eje *e*.



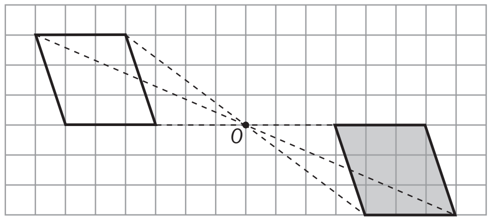
b) Respecto al punto *O*.



a)



b)



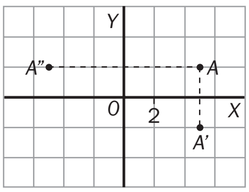
9.55 Construye el punto simétrico del punto *A*(5, 2) respecto a:

a) El eje *OX*.

b) El eje *OY*.

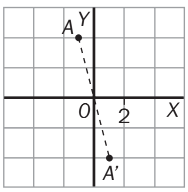
a) $A'(x', y') = A'(x, -y) = A'(5, -2)$

b) $A''(x'', y'') = A'(-x, y) = A'(-5, 2)$



9.56 Construye el punto simétrico del punto *A*(−1, 4) respecto al origen de coordenadas.

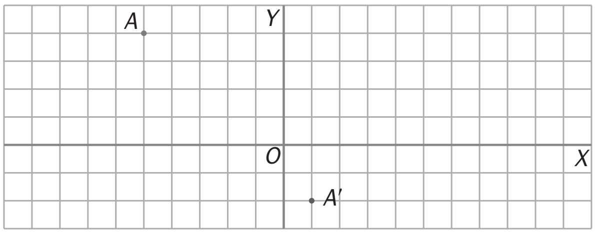
$A'(x', y') = A'(-x, -y) = A'(1, -4)$

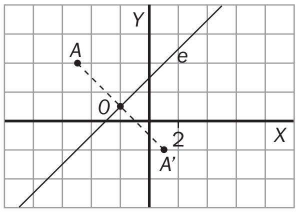


9.57 Dados los puntos *A* y *A′* del dibujo, construye:

a) Su eje de simetría.

b) Su centro de simetría.





9.58 Calcula las coordenadas del simétrico del triángulo de vértices *A*(1, 0), *B*(3, −2) y *C*(1, −4).

a) Respecto al eje *OX*.

b) Respecto al eje *OY*.

a) $A'(1, 0)$, $B'(3, 2)$, $C'(1, 4)$

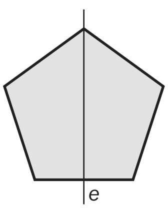
b) $A'(-1, 0)$, $B'(-3, -2)$, $C'(-1, -4)$

9.59 Señala un eje de simetría en un:

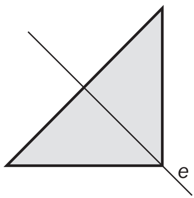
a) Pentágono regular.

b) Triángulo rectángulo isósceles.

a)



b)



9.60 Calcula las coordenadas de los puntos simétricos de los extremos del segmento *AB*, donde *A*(−3, 2) y *B*(2, 1):

a) Respecto al eje *OX*.

b) Respecto al eje *OY*.

c) Respecto al origen de coordenadas.

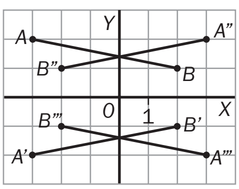
d) Dibuja los apartados anteriores.

a) $A'(-3, -2)$, $B'(2, -1)$

b) $A'(3, 2)$, $B'(-2, 1)$

c) $A'(3, -2)$, $B'(-2, -1)$

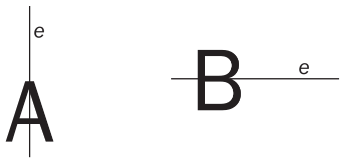
d)



9.61 **Determina los ejes de simetría, si los tienen, de las siguientes letras.**

A B G K N

Solo *A* y *B* tienen eje de simetría.



9.62 **Encuentra los centros de simetría, si los tienen, de las siguientes letras.**

C H S T Z

Solo *H*, *S* y *Z* tienen centro de simetría.

CUESTIONES PARA ACLARARSE

9.63 **¿Cuántos vectores determinan dos puntos? ¿Qué relación existe entre dichos vectores?**

Determinan dos vectores con sentidos opuestos.

9.64 **Una traslación lleva el origen de coordenadas al punto $P(5, 3)$. ¿Cuál es su vector guía?**

Su vector guía es $\vec{u} = (5, 3)$.

9.65 **¿En qué recta se transforma una recta paralela al vector guía de una traslación?**

En sí misma.

9.66 **Una traslación de vector guía $\vec{u} = (-2, 5)$ transforma un punto P en otro P'. ¿Cuál es el vector guía que transforma el punto P' en el punto P?**

El vector guía es $\vec{u} = (2, -5)$.

9.67 **En un cuadrado tomamos el punto de corte de sus diagonales como centro de giro. ¿En qué figura se transforma el cuadrado si aplicamos un giro de amplitud 90°? ¿Y de 180°? ¿Y de 270°?**

En todos los casos en el mismo cuadrado, lo que pasa es que los puntos van rotando.

9.68 **¿En qué figura se transforma un círculo al que se le aplica un giro de centro el centro del círculo y de amplitud un ángulo a cualquiera?**

En todos los casos en el mismo círculo, lo que pasa es que los puntos van rotando.

9.69 **Juan y Andrés se encuentran después de mucho tiempo sin verse:**

***¿Cómo te va la vida?* —pregunta Juan.**

***¡Muy diferente!* —le contesta Andrés— *Mi vida ha dado un giro de trescientos sesenta grados*.**

¿Qué error matemático encuentras en la contestación de Andrés?

Si se da un giro de 360°, se completa la circunferencia y se vuelve al punto de partida, es decir, que no se produce ningún cambio.

9.70 **¿En qué se transforma por una simetría axial una recta perpendicular al eje de simetría?**

En sí misma.

9.71 **¿Qué puntos permanecen invariantes (no se mueven) por una simetría axial? ¿Y por una central?**

En simetría axial, los puntos que permanecen invariantes son los del eje, y en simetría central solo permanece invariante el centro.

9.72 **Un punto permanece invariante por una traslación de vector guía $\vec{u}(a, b)$. ¿Cuánto valen a y b?**

$a = 0$, $b = 0$

9.73 **¿Cuántos ejes de simetría tiene un polígono regular?**

Tantos como lados tiene el polígono.

9.74 **En un triángulo rectángulo encontramos un eje de simetría. ¿Qué tipo de triángulo es? ¿Cuál es el eje de simetría?**

Es un triángulo isósceles, el eje de simetría es la altura que va sobre la hipotenusa.

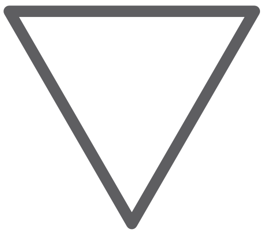
PROBLEMAS PARA APLICAR

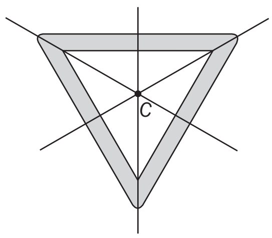
9.75 **¿Qué giro efectúa la aguja pequeña de un reloj desde las doce a las doce y veinticinco?**

La aguja pequeña gira cada hora $\frac{360°}{12} = 30°$, y cada minuto, $\frac{30°}{60} = 0{,}5°$.

Entonces, en 25 minutos girará 25 min $\cdot$ 0,5°/min $=$ 12,5°.

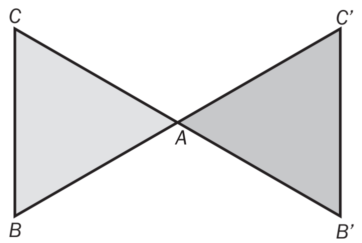
9.76 **Investiga si las siguientes señales de tráfico poseen simetría axial o central y, en su caso, indica un eje o un centro de simetría.**





La señal de STOP no es simétrica por las letras.

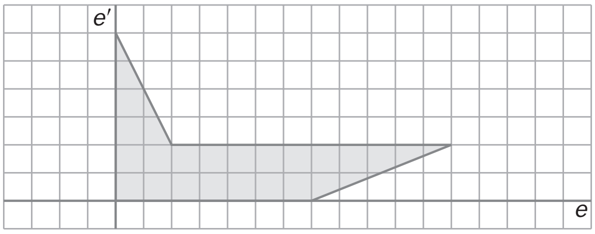
9.77 **Dibuja un triángulo *ABC* y aplícale una simetría central de centro el punto *A*.**

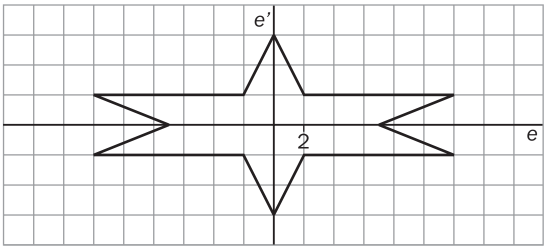


9.78 **A un triángulo de vértices *A*(1, 0), *B*(1, 3) y *C*(−4, 5) se le aplica una traslación de vector guía $\vec{u}$(1, −2). Halla las coordenadas de los puntos homólogos de los vértices y dibuja el triángulo resultante.**

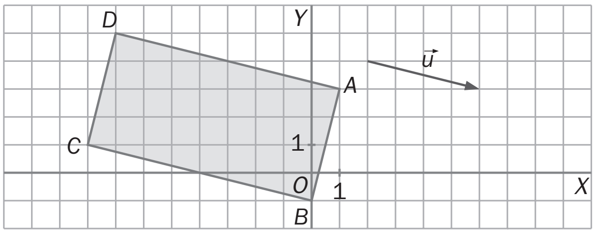
$\overrightarrow{OA}' = \overrightarrow{OA} + \vec{u} = (2, -2)$ $\qquad$ $\overrightarrow{OB}' = \overrightarrow{OB} + \vec{u} = (2, 1)$ $\qquad$ $\overrightarrow{OC}' = \overrightarrow{OC} + \vec{u} = (-3, 3)$

9.79 Sabemos que una figura, de la que solo tenemos un trozo, es simétrica respecto a los ejes *e* y *e'*. Completa su dibujo.



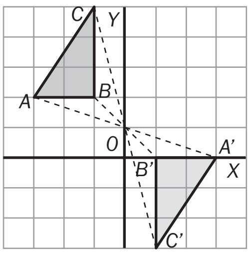


9.80 Aplícale al rectángulo del dibujo una traslación de vector guía $\vec{u}(4, -1)$. Escribe las coordenadas de los vértices *A*, *B*, *C*, *D* y sus correspondientes homólogos.



$A(1, 3)$, $A'(5, 2)$ $B(0, -1)$, $B'(4, -2)$ $C(-8, 1)$, $C'(-4, 0)$ $D(-7, 5)$, $D'(-3, 4)$

9.81 A un triángulo de vértices $A(-3, 2)$, $B(-1, 2)$ y $C(-1, 5)$ se le aplica una simetría de centro O(0, 1). Halla las coordenadas de los puntos simétricos de los vértices y dibuja el triángulo resultante.



$A'(3, 0)$, $B'(1, 0)$, $C'(1, -3)$

9.82 Dado el punto $P(4, -4)$, calcula su simétrico al aplicarle:

a) Una simetría de eje *OX*.

b) Una simetría de eje *OY.*

c) Una simetría de centro el origen de coordenadas.

d) Describe la figura que se obtiene al unir los cuatro puntos.

a) $P'(4, 4)$

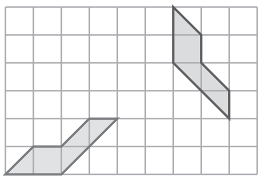
b) $P''(-4, -4)$

c) $P'(-4, 4)$

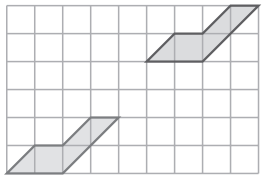
d) Un cuadrado de lado 8 unidades.

9.83 Describe, en cada caso, el movimiento que transforma la figura roja en su homóloga.

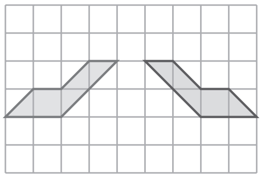
a)



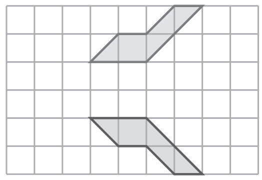
c)



b)



d)



Consideramos el origen como la esquina inferior izquierda.

a) Giro de $-90°$. Centro del giro: (6, 0)

c) Traslación. Vector guía sería $\vec{u}(5, 4)$

b) Simetría respecto a un eje. Eje $x = 4{,}5$

d) Simetría respecto a un eje. Eje $y = 3$

9.84 Dado un segmento *AB*, consideramos su punto medio *M*. Se verifica que los vectores $\overrightarrow{AM}$ y $\overrightarrow{MB}$ son iguales. Con estos datos, busca las coordenadas del punto medio del segmento de extremos *A*(−1, 2) y *B*(5, 6).

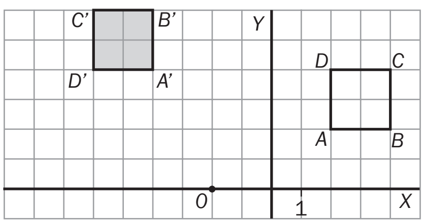
Si $M(x, y)$, $\overrightarrow{AM} = (x + 1, y - 2) = \overrightarrow{MB} = (5 - x, 6 - y) \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 5 - x \\ y - 2 = 6 - y \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 4$

Luego $M(2, 4)$

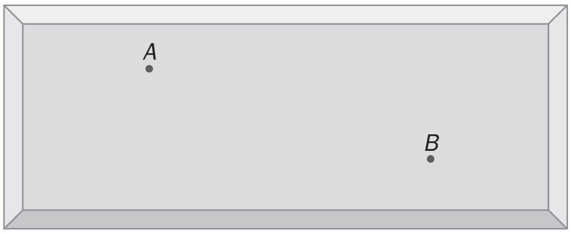
9.85 Se va a hacer una gasolinera en la carretera general de tal modo que esté a la misma distancia de Villablanca que de Villaverde. ¿En qué punto de la carretera debe hacerse?

Trazamos el eje de simetría de esos dos puntos, que será la mediatriz, y corta la carretera en un punto. Como dos puntos equidistan de todos los puntos de su mediatriz, el punto donde el eje de simetría corta la carretera equidista de los dos pueblos, es ahí donde debe construirse la gasolinera.

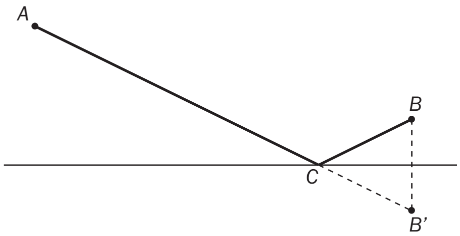
9.86 Calcula las coordenadas del transformado de un cuadrado de vértices *A*(2, 2), *B*(4, 2), *C*(4, 4) y *D*(2, 4) al aplicarle un giro de centro *O*(−2, 0) y ángulo 90°.



9.87 **¿Qué camino debe seguir la bola *B* para que rebotando en la banda oscura golpee la bola *A*?**



Salvo tiros con efecto, la bola sigue la trayectoria natural en la que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión (ley de Snel), y para que se cumpla esto, la bola sigue la trayectoria más corta. Para ello trazamos el simétrico con respecto a la banda oscura de uno de los puntos y lo unimos al otro. El punto de corte con la banda oscura es donde rebota la bola.



REFUERZO

Traslaciones

9.88 **¿Qué traslación transforma la figura A en la figura A'?**

La de vector guía $\vec{u} = (9, 1)$.

9.89 **A un punto $P(2, 6)$ se le aplica una traslación de vector guía $\vec{u}$ y se obtiene su transformado, $P'(3, -5)$. A su vez, a P' se le aplica otra traslación de vector guía $\vec{v}$ se btiene $P''(0, -2)$. Averigua cuál es el vector guía que traslada P a P''.**

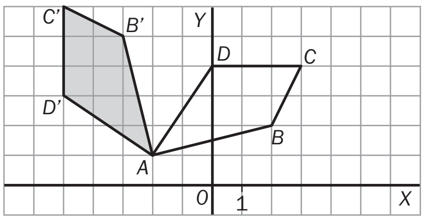
$$\overrightarrow{OP''} = \overrightarrow{OP'} + \vec{v} = (\overrightarrow{OP} + \vec{u}) + \vec{v} = \overrightarrow{OP} + (\vec{u} + \vec{v}) = \overrightarrow{OP} + \vec{w} \Rightarrow \vec{w} = \overrightarrow{OP'} - \overrightarrow{OP} = (-2, -8)$$

Giros

9.90 **A una figura se le aplica un giro de centro O y amplitud de 200° y, a continuación, un nuevo giro con el mismo centro y amplitud 230°. Explica cuál es el giro resultante.**

Sería un giro de $200° + 230° = 430°$. Como cada 360° volvemos al punto de origen, el resultado al final es un giro de $430° - 360° = 70°$.

9.91 **Al cuadrilátero de vértices $A(-2, 1)$, $B(2, 2)$, $C(3, 4)$ y $D(0, 4)$ se le aplica un giro de centro A y amplitud 90°. Dibuja la figura resultante y halla las coordenadas de los puntos homólogos a los dados.**



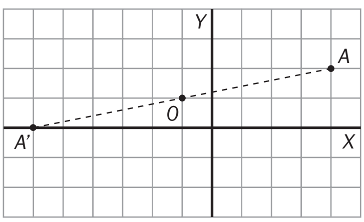
$A'(-2, 1)$, $B'(-3, 5)$, $C'(-5, 6)$, $D'(-5, 3)$

9.92 **Halla las coordenadas del transformado del punto $A(1, 4)$ por un giro de centro el origen de coordenadas y amplitud −90°.**

$A'(4, -1)$

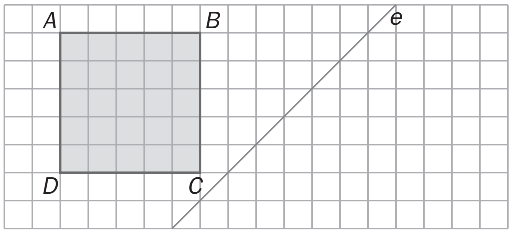
Simetrías

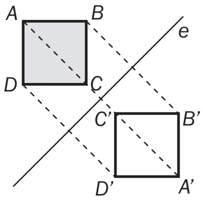
9.93 **Halla las coordenadas del punto simétrico al punto $A(4, 2)$ por una simetría de centro $O(-1, 1)$. Ayúdate de un dibujo para obtener la respuesta.**



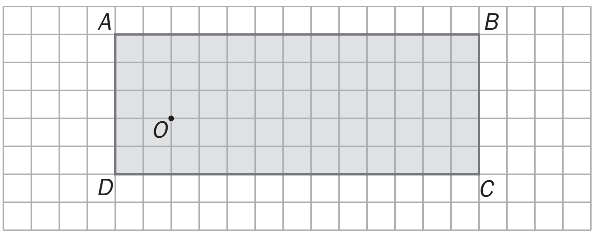
$A'(-6, 0)$

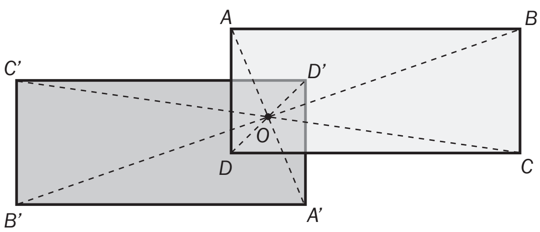
9.94 **Construye la figura simétrica al cuadrado *ABCD*, respecto del eje *e*.**





9.95 **Construye la figura simétrica al rectángulo *ABCD*, respecto del punto *O*.**

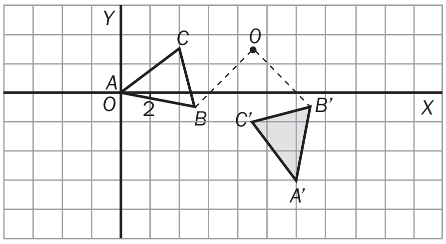




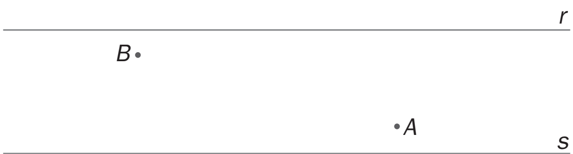
AMPLIACIÓN

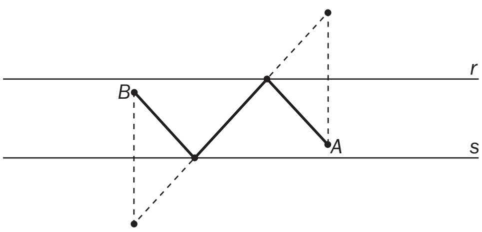
9.96 **A un triángulo de vértices *A*(0, 0), *B*(5, −1) y *C*(4, 3) se le ha aplicado un giro de centro *O*(9, 3), de forma que el punto *B* se ha transformado en *B*′(13, −1). Encuentra el ángulo de giro y los transformados de los puntos *A* y *C*. Haz un dibujo para obtener la respuesta.**

Es un ángulo de 90°. Y los transformados son $A'(12, -6)$ y $C'(9, -2)$.



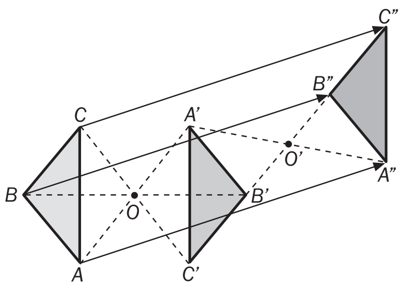
9.97 **Describe el camino más corto para ir del punto *A* al punto *B*, si previamente se debe pasar primero por la recta *r* y luego por la recta *s*.**



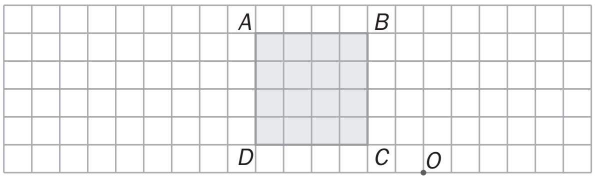


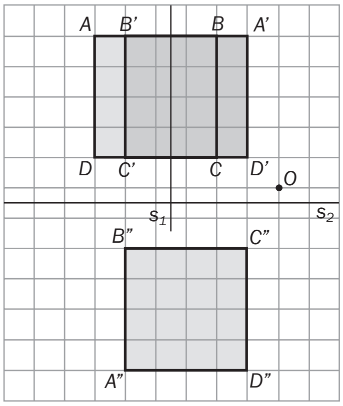
9.98 **¿Qué movimiento se obtiene si se aplican consecutivamente dos simetrías centrales de distinto centro a una figura? Utiliza un dibujo para resolver el problema.**

Se obtiene una traslación de vector guía $\overrightarrow{AA''}$.

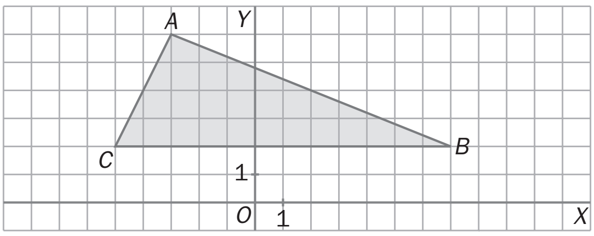


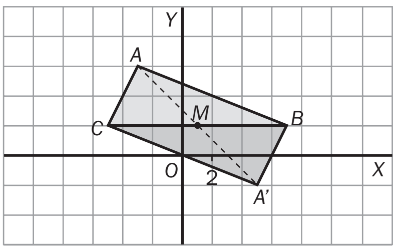
9.99 Al cuadrado se le aplica un giro de centro *O* y amplitud 90°. Encuentra dos simetrías axiales que, aplicadas sucesivamente al cuadrado, dan el mismo resultado que el giro.





9.100 En el triángulo *ABC* se aplica una simetría central de centro *M*, punto medio de *BC*. Calcula las coordenadas de los simétricos de los vértices del triángulo dado, *A′B′C′*. ¿Qué figura forman *ABA′C*?



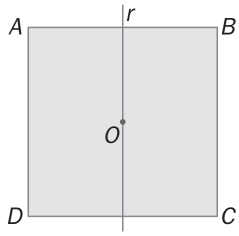


$A'(5, -2)$, $B' \equiv C$, $C' \equiv B$. Forman un paralelogramo.

P A R A I N T E R P R E T A R Y R E S O L V E R

9.101 Movimientos del cuadrado

El cuadrado de vértices *ABCD* tiene por centro el punto *O*. La recta *r* pasa por *O* y por los puntos medios de los lados *AB* y *DF*.



a) Dibuja el cuadrado después de haberle aplicado el movimiento *G* determinado por el giro de centro *O* y amplitud 90°.

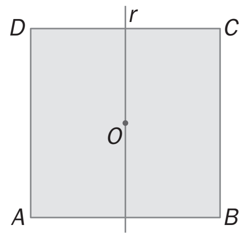
b) Dibuja el cuadrado después de haberle aplicado una simetría, *S*, de eje *r*.

c) Dibuja el cuadrado después de haberle aplicado el movimiento G^3, entendiendo como G^3 el movimiento que resulta de aplicar tres veces consecutivas *G*.

d) Dibuja el cuadrado después de haberle aplicado los movimientos *GS* y SG^3, entendiendo por *GS* el movimiento que resulta de aplicar primero *G* y luego *S*.

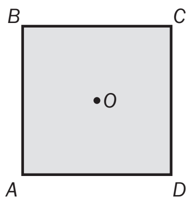
e) Escribe el movimiento que corresponde a la siguiente figura de dos formas diferentes.

Solo puedes utilizar *G* y *S* tantas veces como quieras de forma consecutiva y en el orden que consideres adecuado.

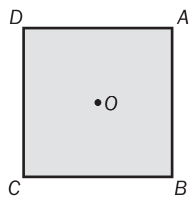


f) ¿Crees que la aplicación de estos movimientos es siempre conmutativa? Pon algún ejemplo que justifique tu respuesta.

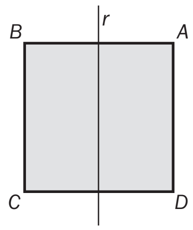
a)



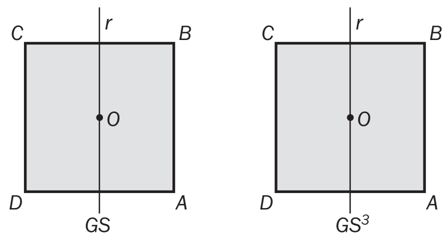
c)



b)



d)



e) G^2S y SG^2.

f) No es siempre conmutativa. Por ejemplo, $GS \neq SG$.

AUTOEVALUACIÓN

9.A1 Considera los vectores $\vec{u}(-5, 4)$ y $\vec{v}(4, 2)$.

a) Calcula: $\vec{u} - \vec{v}$

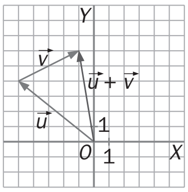
b) Halla: $\vec{u} - (\vec{v} + \vec{v})$

c) Calcula geométricamente: $\vec{u} + \vec{v}$

a) $\vec{u} - \vec{v} = (-5, 4) - (4, 2) = (-9, 2)$

b) $\vec{u} - (\vec{v} + \vec{v}) = (-5, 4) - ((4, 2) + (4, 2)) = (-13, 0)$

c)



9.A2 Considera el triángulo de vértices $A(0, -3)$, $B(3, 2)$ y $C(-5, 1)$. Halla las coordenadas de los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{CA}$.

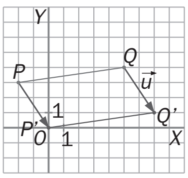
$\overrightarrow{AB} = (3, 2) - (0, -3) = (3, 5)$; $\overrightarrow{BC} = (-5, 1) - (3, 2) = (-8, -1)$; $\overrightarrow{CA} = (0, -3) - (-5, 1) = (5, -4)$

9.A3 Determina, numérica y geométricamente, el trasladado del segmento de extremos $P(-2, 3)$ y $Q(5, 4)$, según el vector guía $\vec{u}(2, -3)$.

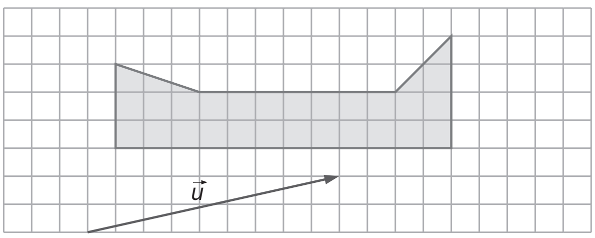
Numéricamente:

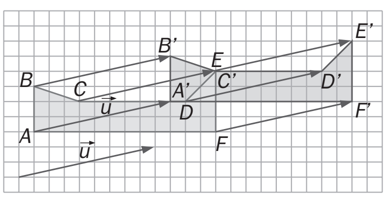
$\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} + \vec{u} = (-2, 3) + (2, -3) = (0, 0)$

$\overrightarrow{OQ'} = \overrightarrow{OQ} + \vec{u} = (5, 4) + (2, -3) = (7, 1)$



9.A4 Aplica geométricamente una traslación de vector guía $\vec{u}$ a la figura del dibujo.





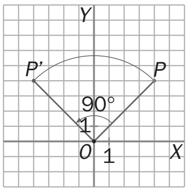
9.A5 **Calcula las coordenadas del punto homólogo de $A(4, 4)$ al aplicarle un giro de centro el origen de coordenadas y amplitud:**

a) 90°

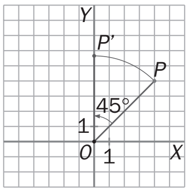
b) 45°

c) −90°

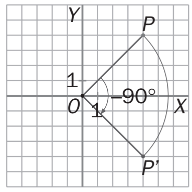
d) 180°

a) 

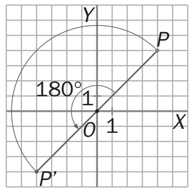
$P'(-4, 4)$

b) 

$P'(0;\ 5{,}66)$

c) 

$P'(4, -4)$

d) 

$P'(-4, -4)$

9.A6 **Dado el segmento de extremos $A(1, 2)$ y $B(3, 6)$, halla las coordenadas de su simétrico respecto a:**

a) El eje *OX*.

b) El eje *OY*.

c) El origen de coordenadas.

a) $A'(1, -2)$, $B'(3, -6)$

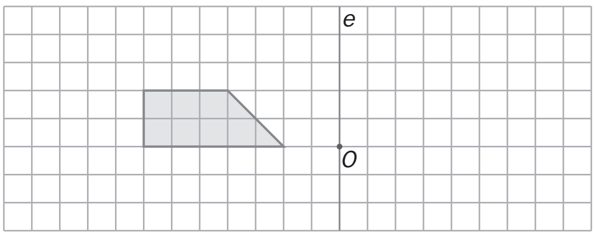
b) $A'(-1, 2)$, $B'(-3, 6)$

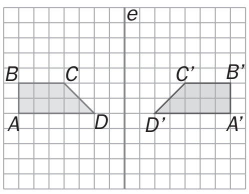
c) $A'(-1, -2)$, $B'(-3, -6)$

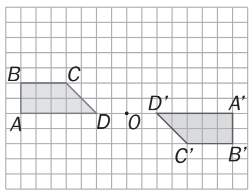
9.A7 **Dibuja la figura simétrica de la dada respecto a:**

a) El eje *e*.

b) El punto *O*.



a) 

b) 

9.A8 **Maite está en el punto *A* dando un paseo con su perra y va a iniciar la vuelta a su casa, pero antes quiere pasar por el río para que su perra pueda beber. ¿Cuál es el camino más corto que puede elegir Maite?**